

<p><b>Kapitel Normalverteilung</b>  <b>1. Eigenschaften einer Wahrscheinlichkeitsdichte nachweisen können (S. 329 Nr. 6a)</b></p>	<p>f ist eine Wahrscheinlichkeitsdichte über einem Intervall <math>I = [a; b]</math>, wenn</p> <p>1.) <math>f(x) \geq 0</math> für alle <math>x \in I</math></p> <p>2.) <math>\int_a^b f(x)dx = 1</math></p>																							
<p><b>2. Berechnungen zu Normalverteilungen durchführen können (S. 328 f. Nr. 4, Nr. 8 a, b, c nur <math>\mu</math>)</b>  <b>z. B. für Kreisringe:</b>  <math>P(x - 0,5 \leq X \leq x + 0,5) =</math>  <math>\frac{A_{Kreisring}(x)}{A_{Gesamtfläche}} = \frac{\pi\left(\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 - \left(x-\frac{1}{2}\right)^2\right)}{\pi \cdot R^2}</math></p>	$P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x)dx$ $\mu = \int_a^b x \cdot f(x)dx \quad \sigma = \int_a^b (x - \mu)^2 \cdot f(x)dx$																							
<p><b>3. Zu gegebenen Parametern <math>\mu</math> und <math>\sigma</math> die Gauß'sche Glockenkurve angeben und in Anwendungsbeispielen dazu Wahrscheinlichkeiten können (S. 336 Nr. 1,2)</b></p> <p>in konkreten Beispielen die Lage der Wende- und Extremstellen von <math>\varphi_{\mu;\sigma}(x)</math> benennen und mit den Mitteln der Analysis (<b>Ketten- und Produktregel, Ableitung von <math>e^{-kx}</math></b>) berechnen können</p>	$\varphi_{\mu;\sigma}(x) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$ $P_{diskret}(a \leq X \leq b) = \int_{a-0,5}^{b+0,5} \varphi_{\mu;\sigma}(x) dx$ $P_{stetig}(a \leq X \leq b) = \int_a^b \varphi_{\mu;\sigma}(x) dx$																							
<p><b>4. Die Sigma-Regeln auf die Normalverteilung exakt anwenden können (S. 336 f. Nr. 3, 4, 10)</b>  a) mit Statistikmenü (DIST,NORM,Ncd) zu vorgegebenen Werten von <math>\mu</math> und <math>\sigma</math> die Wahrscheinlichkeit berechnen können  b) mit Statistikmenü (DIST,NORM,InvN) oder Tablemenü (NormCD(a,b, <math>\sigma</math>, <math>\mu</math>)) zu vorgegebenen Wahrscheinlichkeit die Lage des Intervalls (Left, Right, Central) berechnen können  <b>Alternativ Werte aus Formelsamml. S. 50 verwenden</b></p>	$a) \int_{\mu-\sigma}^{\mu+\sigma} \varphi_{\mu;\sigma}(x) dx = 68,3\% \quad \begin{matrix} \mu = 0 & \sigma = 1 \\ \text{Lower} = -1 & \text{Upper} = 1 \end{matrix}$ $b) \int_{\mu-k \cdot \sigma}^{\mu+k \cdot \sigma} \varphi_{\mu;\sigma}(x) dx = 80\% \text{ ergibt } k = 1,281$ <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;"> <math>NormCD(0 - x * 1,0 + x * 1,1,0)</math> oder </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block; margin-left: 20px;"> <math>\mu = 0 \quad \sigma = 1</math>  <math>Aerea = 0,8 \quad \text{Central}</math> </div>																							
<p><b>5. Hypothesentests für Normalverteilungen durchführen können (S. 339 Nr. 4a)</b>  den Annahmebereich bestimmen und testen können, ob ein gegebener Mittelwert zur Verwerfung einer angenommenen Normalverteilung führen muss</p>	<p>Standardabweichung von Mittelwerten: <math>\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}</math>  Annahmebereich für 5%-Signifikanzniveau :  <math>A = \left[ \mu - 1,96 \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} ; \mu + 1,96 \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} \right]</math>  für 10%-Signifikanzniveau z. B. <math>k = 1,645</math> (s. Sigma-Regel)</p>																							
<p><b>Kapitel Übergangsmatrizen und stabile Verteilungen</b>  <b>1. Bei Austauschprozessen zwischen Textbeschreibungen, Übergangsdigrammen und Übergangsmatrizen wechseln können (S. 357 Nr. 2)</b></p>	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td colspan="2"></td> <td colspan="3">„von“: Ausgangszustand <math>\rightarrow</math></td> </tr> <tr> <td colspan="2"></td> <td colspan="3">( A , B , C )</td> </tr> <tr> <td rowspan="3">„nach“: Endzustand <math>\downarrow</math></td> <td>A,</td> <td><math>a_{11}</math></td> <td><math>a_{12}</math></td> <td><math>a_{13}</math></td> </tr> <tr> <td>B,</td> <td><math>a_{21}</math></td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">Matrix</td> <td><math>a_{23}</math></td> </tr> <tr> <td>C,</td> <td><math>a_{31}</math></td> <td><math>a_{32}</math></td> <td><math>a_{33}</math></td> </tr> </table> <p>z. B. Von C nach A : <math>a_{13}</math></p>			„von“: Ausgangszustand $\rightarrow$					( A , B , C )			„nach“: Endzustand $\downarrow$	A,	$a_{11}$	$a_{12}$	$a_{13}$	B,	$a_{21}$	Matrix	$a_{23}$	C,	$a_{31}$	$a_{32}$	$a_{33}$
		„von“: Ausgangszustand $\rightarrow$																						
		( A , B , C )																						
„nach“: Endzustand $\downarrow$	A,	$a_{11}$	$a_{12}$	$a_{13}$																				
	B,	$a_{21}$	Matrix	$a_{23}$																				
	C,	$a_{31}$	$a_{32}$	$a_{33}$																				
<p><b>2. Die Bedeutung von stochastischen Matrizen nennen können und entscheiden können, ob Matrizen stochastisch sind. (S. 357 Nr. 1a)</b></p>	<p><math>0 \leq a_{ij} \leq 1</math> für alle <math>a_{ij}</math>  Summe der Elemente jeder Spalte ist 1</p>																							
<p><b>3. Mit Hilfe einer Übergangsmatrix bei Austauschprozessen eine beliebige Zahl von Jahren vor oder zurückrechnen können (S. 357 Nr. 3a)</b></p>	<p>n Jahre vor : <math>A^n \cdot \vec{x}</math> mit A : Übergangsmatrix  1 Jahr zurück : <math>A \cdot \vec{x} = \vec{b}</math> <math>\vec{x}</math>: gesuchter Vektor 1 Jahr zurück  n Jahre zurück : <math>(A)^n \cdot \vec{x} = \vec{b}</math></p>																							
<p><b>4. Mit Hilfe eines Gleichungssystems Fixvektoren <math>\vec{x}</math> bestimmen können, durch Normierung die Grenzverteilung <math>\vec{g}</math> bzw. die Grenzmatrix G bestimmen können. (S. 366 Nr. 8)</b></p>	<p>Ansatz: <math>A \cdot \vec{x} = \vec{x} \rightarrow \begin{pmatrix} a_{11} - 1 &amp; a_{12} &amp; a_{13} \\ a_{21} &amp; a_{22} - 1 &amp; a_{23} \\ a_{31} &amp; a_{32} &amp; a_{33} - 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}</math></p> <p><math>\rightarrow</math> Lösung <math>\vec{x}</math>  Normierung : <math>x_1 + x_2 + x_3 = z</math>. B. Autozahl ergibt Grenzverteilung <math>g</math>,  Normierung : <math>x_1 + x_2 + x_3 = 1</math> ergibt Spalte für Grenzmatrix G</p>																							

<p><b>5. Durch Setzen von Parametern eine neue Matrix bestimmen können, bei der sich das Verhalten an einer bzw. mehreren Stellen verändert hat (Abi 2012 c, Abi 2011 f)</b></p>	$B = \begin{pmatrix} 0,8 & 0,2 & q \\ 0,1 & 0,6 & 0,95-q \\ 0,1 & 0,2 & 0,05 \end{pmatrix} \quad Q' = \begin{pmatrix} 1-(x+y+z) & 0,1 & 0 & 0,2 \\ x & 0,9 & 0 & 0,4 \\ y & 0 & 0,7 & 0 \\ z & 0 & 0,3 & 0,4 \end{pmatrix}$ <p>ein Parameter hat sich geändert      die Entwicklung der ersten Variablen hat sich komplett geändert (3 Param.)</p>																
<p><b>6. Bedingungen für das Intervall aufstellen und bestimmen können, indem verschiedene Variablen liegen können (Abi 2011 d)</b></p>	$w = \frac{2}{3}v + \frac{1}{6} \wedge 0 < v < 1 \Rightarrow \frac{1}{6} < w < \frac{5}{6}$ <p>Haupt-                      Neben-                      Grenzen der Nebenbedingung in bedingung                      bedingung                      Hauptbedingung einsetzen</p>																
<p><b>7. Parameter bestimmen können, für den stabiles Grenzverhalten auftreten kann (Abi 2014 b4)</b></p>	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & a \\ 0,6 & 0 & 0 \\ 0 & 0,6 & 0,8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{pmatrix}$ <p>Gleichungssystem mit Parameter a aufstellen, auf Diagonalenform bringen, a so bestimmen, dass letzte Zeile zu <b>Nullzeile</b> wird.</p>																
<p><b>8. Beschreibung von einstufigen Prozesses durch Matrizen:</b> Einstufige Prozesse (z. B. Herstellung von Endprodukten aus Ausgangsprodukten) durch eine Übergangsmatrix beschreiben können (Arbeitsbl. Zweistufige Prozesse)</p>	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td></td> <td colspan="3">Endprodukte →</td> </tr> <tr> <td rowspan="3" style="vertical-align: middle;">Ausgangsprodukte ↓</td> <td>a<sub>11</sub></td> <td>a<sub>12</sub></td> <td>a<sub>13</sub></td> </tr> <tr> <td>a<sub>21</sub></td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">Matrix</td> <td>a<sub>23</sub></td> </tr> <tr> <td>a<sub>31</sub></td> <td>a<sub>32</sub></td> <td>a<sub>33</sub></td> </tr> </table>		Endprodukte →			Ausgangsprodukte ↓	a <sub>11</sub>	a <sub>12</sub>	a <sub>13</sub>	a <sub>21</sub>	Matrix	a <sub>23</sub>	a <sub>31</sub>	a <sub>32</sub>	a <sub>33</sub>		
	Endprodukte →																
Ausgangsprodukte ↓	a <sub>11</sub>	a <sub>12</sub>	a <sub>13</sub>														
	a <sub>21</sub>	Matrix	a <sub>23</sub>														
	a <sub>31</sub>	a <sub>32</sub>	a <sub>33</sub>														
<p><b>9. Bei gegebener Zahl von Endprodukten die Zahl der Ausgangsprodukte bestimmen können (Arbeitsbl. Zweistufige Prozesse)</b></p>	<p>Multiplikation Matrix · Vektor <math>A \cdot \vec{e} = \vec{x}</math>  A: Übergangsmatrix, <math>\vec{e}</math>: Vektor der Endprodukte,  <math>\vec{x}</math>: gesuchter Vektor der Ausgangsprodukte</p>																
<p><b>10. Zweistufige Prozesse durch Hintereinanderausführen von 2 Matrizen A und B beschreiben können. (Arbeitsbl.)</b>  <b>Matrixmultiplikationen durchführen können (S. 361 Nr. 1)</b></p>	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td></td> <td colspan="2">Zwischenprodukte</td> <td></td> <td colspan="2">Endprodukte</td> </tr> <tr> <td rowspan="2" style="vertical-align: middle;">Ausgangsprodukte</td> <td>a<sub>11</sub></td> <td>a<sub>12</sub></td> <td rowspan="2" style="vertical-align: middle;">Zwischenprodukte</td> <td>b<sub>11</sub></td> <td>b<sub>12</sub></td> </tr> <tr> <td>a<sub>21</sub></td> <td>a<sub>22</sub></td> <td>b<sub>21</sub></td> <td>b<sub>22</sub></td> </tr> </table> <p>Verkettungsmatrix <math>C = A \cdot B</math> mit <math>c_{11} = a_{11} \cdot b_{11} + a_{12} \cdot b_{21}</math> usw.</p>		Zwischenprodukte			Endprodukte		Ausgangsprodukte	a <sub>11</sub>	a <sub>12</sub>	Zwischenprodukte	b <sub>11</sub>	b <sub>12</sub>	a <sub>21</sub>	a <sub>22</sub>	b <sub>21</sub>	b <sub>22</sub>
	Zwischenprodukte			Endprodukte													
Ausgangsprodukte	a <sub>11</sub>	a <sub>12</sub>	Zwischenprodukte	b <sub>11</sub>	b <sub>12</sub>												
	a <sub>21</sub>	a <sub>22</sub>		b <sub>21</sub>	b <sub>22</sub>												