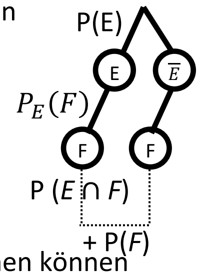
Kann-Liste Mathematik LK Binomialverteilungen und Hypothesentests (Q2, 1. Quartal)

<table>
<tr>
<td>
1. Bedingte Wahrscheinlichkeiten $P_E(F)$ bzw. $P_F(E)$, Endwahrscheinlichkeiten P (E ∩ F) und Grundwahrscheinlichkeiten P(E) bzw. P(F) im zweistufigen Baumdiagramm (1. Stufe E, 2. Stufe F) ablesen bzw. berechnen können AB Nr. 8

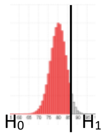
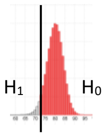


</td>
<td>
P(E) und P($\overline{E}$) stehen in der 1. Stufe
$P_E(F)$ steht in der zweiten Stufe, für $P_F(E)$, muss der Baum umgekehrt oder die Formeln von Bayes benutzt werden!
P (E ∩ F) steht als Endwahrscheinlichkeit unter dem Baumdiagramm (in der letzten (3.) Stufe)
P(F) ergibt sich aus der Summe aller Endwahrscheinlichkeiten, die zum Ereignis F gehören
</td>
</tr>
<tr>
<td>
2. Bedingte Wahrscheinlichkeiten $P_E(F)$ bzw. $P_F(E)$, Endwahrscheinlichkeiten P (E ∩ F) und Grundwahrscheinlichkeiten P(E) bzw. P(F) in der Vierfeldertafel ablesen können. AB Nr. 4

<table>
<tr><td></td><td>E</td><td>$\overline{E}$</td><td>ges.</td></tr>
<tr><td>F</td><td>P ($E \cap F$)</td><td>P ($\overline{E} \cap F$)</td><td>P(F)</td></tr>
<tr><td>$\overline{F}$</td><td>P ($E \cap \overline{F}$)</td><td>P ($\overline{E} \cap \overline{F}$)</td><td>$P(\overline{F})$</td></tr>
<tr><td>ges.</td><td>P(E)</td><td>P($\overline{E}$)</td><td>1</td></tr>
</table>
</td>
<td>
P ($E \cap F$) , P ($\overline{E} \cap F$) , P ($E \cap \overline{F}$), , P ($\overline{E} \cap \overline{F}$) sind die vier inneren Felder Vierfeldertafel (Endwahrscheinlichkeiten)

$P(E)$, P($\overline{E}$), $P(F)$, P($\overline{F}$) sind die Summenwahrscheinlichkeiten der Vierfeldertafel,

Bedingte Wahrscheinlichkeiten werden mit der Pfadregel bestimmt (Regel von Bayes):
$P(E) \cdot P_E(F) = \mathrm{P}(\mathrm{E} \cap \mathrm{F})$ ergibt $P_E(F) = \frac{\mathrm{P}(\mathrm{E} \cap \mathrm{F})}{P(E)}$
$P(F) \cdot P_F(E) = \mathrm{P}(\mathrm{E} \cap \mathrm{F})$ ergibt $P_F(E) = \frac{\mathrm{P}(\mathrm{E} \cap \mathrm{F})}{P(F)}$
</td>
</tr>
<tr>
<td>3. Mittelwert und Standardabweichung einer Stichprobe, welche die Werte $x_1, x_2, \dots, x$ liefert, berechnen können S. 275 Nr. 7</td>
<td>
$Mittelwert\colon \bar{x} = \frac{1}{n} \cdot (x_1 + x_2 + \cdots + x_n)$
Standardabweichung $\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \cdot ((x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \cdots + (x_n - \bar{x})^2)}$
</td>
</tr>
<tr>
<td>4. Mittelwert und Standardabweichung einer Stichprobe (Wahrscheinlichkeitsverteilung), welche die Werte $x_1, x_2, \dots, x_n$ mit den relativen Häufigkeiten $h_1, h_2, \dots h_n$ (Wahrscheinlichkeiten $P(X = x_1),\ P(X = x_2), \dots, P(X = x_n)$) liefert, berechnen können S. 279 Nr. 3a</td>
<td>
Mittelwert und Standardabweichung für Stichproben:
$\bar{x} = x_1 \cdot h_1 + x_2 \cdot h_2 + \cdots + x_n \cdot h_n$
$\sigma = \sqrt{(x_1 - \bar{x})^2 \cdot h_1 + (x_2 - \bar{x})^2 \cdot h_2 + \cdots + (x_n - \bar{x})^2 \cdot h_n}$
Mittelwert und Standardabweichung für Wahrscheinlichkeitsverteilungen:
$\mu = x_1 \cdot P(X = x_1) + x_2 \cdot P(X = x_2) + \cdots + x_n \cdot P(X = x_n)$
$\sigma = \sqrt{(x_1 - \bar{x})^2 \cdot P(X = x_1) + (x_2 - \bar{x})^2 \cdot P(X = x_2) + \cdots + (x_n - \bar{x})^2 \cdot P(X = x_n)}$
</td>
</tr>
<tr>
<td>5. Bedingungen für ein faires Spiel ermitteln können S. 280 Nr. 7</td>
<td>Ein Spiel ist fair, wenn $\mu = 0$ ist.
Gewinn = Auszahlung - Einsatz</td>
</tr>
<tr>
<td>6. Wahrscheinlichkeiten in Binomialverteilungen berechnen können S. 289 Nr. 2</td>
<td>
$P(x = k) = B_{n,p}(k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$
mit dem Binomialkoeffizienten $\binom{n}{k} = \frac{k! \cdot (n-k)!}{n!}$
$P(x \leq k) = F_{n,p}(k) = B_{n,p}(0) + B_{n,p}(1) + \cdots + B_{n,p}(k)$
$P(l \leq x \leq k) = B_{n,p}(l) + \cdots + B_{n,p}(k)$
Der GTR liefert $P(x = k)$ über Bpd und $P(l \leq x \leq k)$ über Bcd im Statistikmenü (2) über die Funktion Dist, Binomial.
</td>
</tr>
<tr>
<td>7. Erwartungswert und Standardabweichung für Binomialverteilungen – Mit den Sigma-Regeln symmetrische Intervalle angeben können, in denen mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit die Trefferquoten liegen Abi 2014 HT6 b)</td>
<td>
$\mu = n \cdot p$
$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)}$
P($\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma$) ≈ 68,3%
P($\mu - 2\sigma \leq X \leq \mu + 2\sigma$) ≈ 95,4% usw., Prozentwerte für verschiedene Sigma-Spannen s. Formelsammlung S. 50
Die Sigmaregeln gelten nur, wenn $\boldsymbol{\sigma > 3}$ ist.
</td>
</tr>
<tr>
<td>8. Parameter n mit Hilfe des Logarithmus bestimmen können S. 291 Bsp. 2, S. 293 Nr. 9 c</td>
<td>z. B. $p(X \geq 1) \geq 0{,}9$ ist gleichwertig mit $p(X = 0) \leq 0{,}1$.
$p(X = 0) = (1-p)^n$</td>
</tr>
<tr>
<td>9. Parameter n, und p durch Probieren mit dem GTR bestimmen können. S. 292 f. Nr. 6, 8</td>
<td>Der GTR liefert $P(l \leq x \leq k)$ über Bcd im Statistikmenü (2) über die Funktion Dist, Binomial.</td>
</tr>
<tr>
<td>10. Schwankungsintervalle bestimmen und zu einem gegebenen Schwankungsradius den notwendigen Stichprobenumfang angeben können S. 297 f. Nr. 1 und Nr. 2</td>
<td>Zu gegebener Wahrscheinlichkeit p der Grundgesamtheit liegt ein Umfrageergebnis mit Wahrsch. 95,4% (2 σ –Bereich) im Schwankungsintervall $\left[p - 2\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}; p + 2\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\right]$. Der Schwankungsradius ergibt sich zu $2 \cdot \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$.</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>11. Vertrauensintervalle zu gegebenem Umfrageergebnis h bestimmen können
S. 298 Nr. 3</td>
<td colspan="2">Durch Auflösen der Gleichung $p \pm 2\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} = h$ nach p ergibt sich das Vertrauensintervall, indem die Wahrscheinlichkeit p der Grundgesamtheit mit Wahrsch. 95,4% (2 σ –Bereich) liegt.</td>
</tr>
<tr>
<td>12. Einseitige Hypothesentests analysieren können
Entweder ist α vorgegeben und es soll k (also die Entscheidungsregel) so bestimmt werden, dass der Fehler 1. Art unterhalb von α bleibt, oder die Entscheidungsregel (also die Grenze k) steht fest und es soll α bestimmt werden.
S. 307 Nr. 10
Mögliche Anhaltspunkte zur Wahl der Nullhypothese (H_0):
a) Formuliere „$p_{H_0}(Entsch.für\ H_1)$ soll klein sein“ für beide Möglichkeiten zur Wahl von H_0 und entscheide nach der vorliegenden Interessenlage
b) Man möchte wissen, ob sich eine Situation verändert hat und will darauf nur reagieren, wenn die Sicherheit für die gegebene Veränderung groß ist: Wähle H_0 als bisherige Annahme. (bisheriges Medikament)
c) Zwei verschiedene Gruppen wollen entgegengesetzte Alternativen verwirklichen: Wähle H_0 als Alternative, die eine Gruppe erreichen möchte (Bürgermeister)</td>
<td>Rechtsseitiger Test
H_0: $p \leq p_0$ (oder $p = p_0$)
H_1: $p > p_0$
Entscheidungsregel:
$X < k$: H_0 wird angenommen
$X \geq k$: H_0 wird abgelehnt
α-Fehler = $p_{H_0}(Entsch.für\ H_1) = p(X \geq k)$ [Fehler 1. Art]
β-Fehler = $p_{H_1}(Entsch.für\ H_0) = p(X < k)$, kann nur berechnet werden, wenn p (H_1) bekannt ist.

Wenn H_0 gilt, liegt der Bereich, indem H_0 mit geringer Wahrsch. verworfen wird, rechts.</td>
<td>Linksseitiger Test
H_0: $p \geq p_0$ (oder $p = p_0$)
H_1: $p < p_0$
Entscheidungsregel:
$X > k$: H_0 wird angenommen
$X \leq k$: H_0 wird abgelehnt
α-Fehler = $p_{H_0}(Entsch.für\ H_1) = p(X \leq k)$ [Fehler 1. Art]
β-Fehler = $p_{H_1}(Entsch.für\ H_0) = p(X > k)$, kann nur berechnet werden, wenn p (H_1) bekannt ist.

Wenn H_0 gilt, liegt der Bereich, indem H_0 mit geringer Wahrsch. verworfen wird, links.</td>
</tr>
<tr>
<td>13. Zweiseitige Hypothesentests analysieren können S. 302 Nr. 5</td>
<td colspan="2">Beim zweiseitigen Test wird getestet, ob man von einer Nullhypothese H_0 nach beiden Seiten hin abweichen kann.
Der Ablehungsbereich α wird auf beiden Seiten halbiert:
$P(X \leq K_1) \leq \frac{\alpha}{2}$ und $P(X \geq K_2) \leq \frac{\alpha}{2}$.
Nachdem man K_1 und K_2 bestimmt hat, probiert man aus, ob man K_1 noch um 1 erhöhen oder K_2 noch um 1 erniedrigen kann, so dass man möglichst nah an die Grenze von α herankommt aber noch darunter bleibt.</td>
</tr>
</table>