Kapitel Abstände und Winkel **1. Abstand Punkt Ebene geometrisch** Den Abstand d zwischen einer Ebene E und einem Punkt P und den Lotfußpunkt geometrisch bestimmen können (244/1a)	1. Gerade g bestimmen, die senkrecht zur Ebene E und durch den Punkt P verläuft 2. Den Lotfußpunkt L als Schnittpunkt zwischen g und E bestimmen 3. d = $\lvert\overrightarrow{LP}\rvert$
2. Punkte und Ebenen bei vorgegebenem Abstand a) Einen Punkt P bestimmen, der von einer Ebene E einen vorgegebenen Abstand d hat (244/2a) b) Zwei parallele Ebenen E_1 und E_2 bestimmen, die von einer gegebenen Ebene E einen gegebenen Abstand d haben (244/2b)	**a)** 1. einen Punkt Q auf der Ebene E wählen 2. Ortsvektor $\vec{p}$ des gesuchten Punktes P bestimmen: $\vec{p} = \vec{q} + d \cdot \frac{\vec{n}}{\lvert\vec{n}\rvert} = \vec{q} + d \cdot \overrightarrow{n_0}$ mit $\vec{n}$: Normalenvektor von E, $\overrightarrow{n_0} = \frac{\vec{n}}{\lvert\vec{n}\rvert}$ Einheitsvektor $\vec{q}$: Ortsvektor von Q **b)** 1. Einen Punkt P_1 bestimmen wie in a) beschrieben 2. Einen zweiten gegenüberliegenden Punkt P_2 $\overrightarrow{p_2} = \vec{q} - d \cdot \overrightarrow{n_0}$ bestimmen 2. Ebenengleichungen E_1 und E_2 aufstellen, die parallel zu E sind und durch P_1 bzw. P_2 verlaufen
3. Abstand Punkt Ebene mit Hessischer Normalenform für Ebenen in Normalenform Den Abstand d zwischen einer Ebene E in Normalenform und einem Punkt R bestimmen können (244/1b)	**d =** $\lvert(\vec{r} - \vec{p}) \cdot \overrightarrow{n_0}\rvert$ mit $\vec{p}$: Stützvektor für einen bestimmten Punkt P der Ebene $\vec{r}$: Ortsvektor des Punktes R $\vec{n}$: Normalenvektor der Ebene $\overrightarrow{n_0} = \frac{\vec{n}}{\lvert\vec{n}\rvert}$ **: Einheitsvektor des Normalenvektors**
4. Abstand Punkt Ebene mit Hessischer Normalenform für Ebenen in Koordinatenform Den Abstand d zwischen einer Ebene E in Koordinatenform und einem Punkt R bestimmen können (261/2a)	$d = \left\lvert \frac{r_1 \cdot n_1 + r_2 \cdot n_2 + r_3 \cdot n_3 - b}{\sqrt{n_1^2 + n_2^2 + n_3^2}} \right\rvert$ wenn E die Form $x_1 \cdot n_1 + x_2 \cdot n_2 + x_3 \cdot n_3 = b$ und R die Koordinaten (r_1, r_2, r_3) hat.
5. Abstand Punkt Gerade Den Abstand zwischen einem Punkt P und einer Geraden g Gerade bestimmen können (248/1a)	1. Die Ebene senkrecht zu g, durch P bestimmen 2. Den Lotfußpunkt L als Schnittpunkt zwischen Ebene und Gerade bestimmen 3. d = $\lvert\overrightarrow{LP}\rvert$
6. Abstand windschiefer Geraden a) Den Abstand zwischen zweier windschiefen Geraden g_1 und g_2 bestimmen können b) die beiden Lotfußpunkte P und Q bestimmen, zwischen denen sich die kürzeste Entfernung befindet: die kürzeste Verbindung zwischen 2 windschiefen Geraden steht immer senkrecht auf den beiden Richtungsvektoren der Geraden (252/1a)	zu a) 1. Die Ebene E bestimmen, die g_1 enthält und parallel zu g_2 ist (also den Richtungsvektor von g_2 in Geradengleichung von g_1 ergänzen) 2. Einen Punkt P auf g_2 auswählen 3. Den Abstand d zwischen P und E bestimmen zu b) 1. P(s) und Q(t) in Abh. der beiden Parameter s und t koordinatenweise ausdrücken 2. Den Verbindungsvektor $\overrightarrow{PQ(s,t)}$ bestimmen 3. Das Skalarprodukt aus je einem Richtungsvektor der Geraden mit $\overrightarrow{PQ(s,t)}$ muss 0 sein, dies liefert zwei Gleichungen, mit denen s und t bestimmt wird. 4. Durch Einsetzen der gefundenen Parameter in die Geradengleichungen erhält man P und Q
7. Abstände zwischen 2 parallelen Ebenen bzw. 2 parallelen Geraden a) Abstände zwischen 2 parallelen Ebenen E_1 und E_2 bestimmen können b) Abstände zwischen 2 parallelen Geraden g_1 und g_2 bestimmen können (248/3a)	a) wähle einen Punkt P auf E_1 und bestimme $d(P,E_2)$ b) wähle einen Punkt P auf g_1 und bestimme $d(P,g_2)$

8. Punkte auf einer Geraden mit vorgegebenen Abstand zu einer Ebene Punkte bestimmen, die von einer Ebene einen gegebenen Abstand haben und gleichzeitig auf einer gegebenen Gerade g liegen (245/10 oder 244/5b)	1. Die Koordinaten eines Punktes P, der auf g liegt, in Abhängigkeit eines Parameters t angeben. 2. Den Punkt P in Abhängigkeit des Parameters in die hessische Normalenform (Nr. 4) einsetzen und mit dem gegebenen Abstand gleichsetzen. 3. Die Gleichung nach t auflösen und zwei Werte für t bestimmen (Rechnen mit Betrag!) $\|t-2\| = 4$ heißt t - 2 = 4 oder t – 2 = -4 4. Die beiden Parameter t in die Geradengleichung einsetzen und zwei Punkte bestimmen
9. Minimalen Abstand zwischen 2 Flugobjekten bestimmen Die beiden Geradengleichungen können mit Hilfe des gleichen Parameters geschrieben werden, der die Zeit angibt (252/5).	1. P und Q in Abh. **eines** Parameters t ausdrücken 2. den Verbindungsvektor $\overrightarrow{PQ(t)}$ bestimmen 3. f(t) = $\left\|\overrightarrow{PQ(t)}\right\|^2$ bestimmen und davon das Minimum suchen ($f'(t) = 0, f''(t) < 0$), Randwerte beachten
10. Schnittwinkel zwischen 2 Vektoren Den Schnittwinkel zwischen 2 Vektoren bestimmen können (193/1b und Abi).	$\cos\alpha = \frac{\overrightarrow{u_1}\cdot\overrightarrow{u_2}}{\|\overrightarrow{u_1}\|\cdot\|\overrightarrow{u_2}\|}$ mit 0° ≤ α ≤ 180° $\overrightarrow{u_1}$, $\overrightarrow{u_2}$: Vektoren, die vom Scheitel des Winkels weg zeigen
11. Schnittwinkel zwischen 2 Geraden Den Schnittwinkel zwischen 2 Geraden bestimmen können (255/1a).	$\cos\alpha = \frac{\|\overrightarrow{u_1}\cdot\overrightarrow{u_2}\|}{\|\overrightarrow{u_1}\|\cdot\|\overrightarrow{u_2}\|}$ mit 0° ≤ α ≤ 90° $\overrightarrow{u_1}$, $\overrightarrow{u_2}$: Richtungsvektoren der Gerden
12. Schnittwinkel zwischen 2 Ebenen Den Schnittwinkel zwischen 2 Ebenen bestimmen können (255/2b).	$\cos\alpha = \frac{\|\overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{n_2}\|}{\|\overrightarrow{n_1}\|\cdot\|\overrightarrow{n_2}\|}$ mit 0° ≤ α ≤ 90°
13. Schnittwinkel zwischen Ebene und Gerade Einheitsvektoren bestimmen können und deren Bedeutung kennen (256/3a)	$\sin\alpha = \frac{\|\overrightarrow{u_1}\cdot\overrightarrow{n_1}\|}{\|\overrightarrow{u_1}\|\cdot\|\overrightarrow{n_1}\|}$ mit 0° ≤ α ≤ 90° $\overrightarrow{u_1}$, $\overrightarrow{n_1}$: Richtungsvektor der Gerade und Normalenvektor der Ebene
14. Fläche eines Dreiecks a) Fläche eines rechtwinkligen Dreiecks berechnen können (Abi) b) Fläche eines nicht rechtwinkligen Dreiecks berechnen können (248/2a, Abi)	a) A = $\frac{1}{2}$ · g · h , wobei g ⊥ h b) A = a · b · sin γ , wobei a, b zwei Seitenlängen des Dreiecks und γ der zwischen a und b eingeschlossene Winkel ist
15. Lage innerhalb eines Dreiecks oder Parallelogramms prüfen a) Lage innerhalb eines Dreiecks prüfen können b) Lage innerhalb eines Parallelogramms prüfen können (Arbeitsblatt Nr. 1, Abi)	a) ein Punkt P liegt innerhalb eines Dreiecks ABC, wenn gilt: $\overrightarrow{AP} = r\cdot\overrightarrow{AB} + s\cdot\overrightarrow{AC}$ mit r ≥ 0, s ≥ 0 und r + s ≤ 1 b) ein Punkt P liegt innerhalb eines Parallelogramms ABDC, wenn gilt: $\overrightarrow{AP} = r\cdot\overrightarrow{AB} + s\cdot\overrightarrow{AC}$ mit 0 ≤ r ≤ 1 und 0 ≤ s ≤ 1
16. Überprüfen, ob ein Rechteck überflogen wird **z. B. Rechteck gegeben durch E:** $\vec{x} = \begin{pmatrix} e \\ f \\ g \end{pmatrix} + r\cdot\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s\cdot\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ *mit* $\boldsymbol{a \le r \le b}$ **und** $\boldsymbol{c \le s \le d}$ (Arbeitsblatt Nr. 2 und 223/5)	1. Berechnen, in welchem Bereich sich x_1 und x_2 innerhalb des Rechtecks bewegen, hier $e + a \le x_1 \le e + b$ und $f + c \le x_2 \le f + d$ 2. In der Geradengleichung $x_1 = e + a$ und $x_1 = e + b$ einsetzen und jeweils x_2 berechnen 3. Das Rechteck wird **nicht** überflogen, wenn beide berechneten x_2-Werte gleichzeitig oberhalb oder gleichzeitig unterhalb des Rechteckes liegen.
17. Lineare Unabhängigkeit Lineare Unabhängigkeit von Vektoren $\overrightarrow{a_1}, \overrightarrow{a_2},\dots, \overrightarrow{a_n}$ überprüfen können (262/2b). Bei linear abhängigen Vektoren die Form der Linearkombination berechnen können.	Lösungen der Gleichung $r_1\cdot\overrightarrow{a_1} + r_2\cdot\overrightarrow{a_2} + \dots + r_n\cdot\overrightarrow{a_n} = \vec{0}$ bestimmen