

Lösungen: Stochastische Prozesse Dud S. 357f. : X.1

Nr. 1 b) $a_{k+1} = \frac{1}{2} a_k$ $b_{k+1} = \frac{1}{2} a_k + \frac{1}{2} b_k$ $c_{k+1} = \frac{1}{2} b_k + c_k$

Zustand \rightarrow

	0	1	2	3	4
a_k	1	1/2	1/4	1/8	1/16
b_k	0	1/2	1/2	3/8	1/4
c_k	0	0	1/4	1/2	11/16

$p(\text{höch. 4 Würfe}) = \frac{11}{16}$

Nr. 2 a) $a_{k+1} = 0,3 a_k$ $b_{k+1} = 0,7 a_k + 0,6 b_k$ $c_{k+1} = 0,4 b_k + 0,8 c_k$ $d_{k+1} = 0,2 c_k + d_k$

Zustand \rightarrow

	0	1	2	3
1. Reihe	0,3	0,7	0	0
2. Reihe	0,0	0,6	0,8	0

b) $a_{k+1} = 0,3 a_k$ $b_{k+1} = 0,7 a_k + 0,6 b_k$
 $c_{k+1} = 0,4 b_k + 0,8 c_k$ $d_{k+1} = 0,2 c_k + d_k$

Nr. 3 a)

	0	1	2	3	4	5
a_i	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5
b_i	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,0

b) $a_{k+1} = 0,7 a_k + 0,4 b_k$
 $b_{k+1} = 0,3 a_k + 0,6 b_k$

Nr. 5 b) $a_{k+1} = 0,2 a_k + 0,5 c_k$ $b_{k+1} = 0,6 a_k + 0,5 c_k$ $c_{k+1} = 0,4 a_k + 0,7 b_k$
 alle Markierungen: $a_5 = 0,2870$ $b_5 = 0,2578$ $c_5 = 0,2592$
 Anfangsbestand: $a_0 = 0,2997$ $b_0 = 0,2777$ $c_0 = 0,3266$

Nr. 6

	0	1	2	3
1	0	0	0,16	0,224
2	0	0,4	0,16	0,176
3	1	0,2	0,36	0,2
4	0	0,4	0,16	0,176

$p(\text{nach 3 min. wieder gfl.}) = 1 - 0,224 \cdot 2 = 0,552$
 c) nach 4 min.:

Feld	1	2	3	4	5
p	0,2	0,4	0,16	0,16	0,2

Lösungen: Stochastische Matrizen Dud S. 357f. : X.11

Nr. 1 $u = \begin{pmatrix} 0,6 & 0 & 0 \\ 0,4 & 0,6 & 0 \\ 0 & 0,4 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{Sdr.}} \begin{pmatrix} 0,36 \\ 0,148 \\ 0,16 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0,5 \\ 0,5 \\ 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{Sdr.}} \begin{pmatrix} 0,18 \\ 0,142 \\ 0,4 \end{pmatrix}$

Nr. 2 a) $u = \begin{pmatrix} 0,6 & 0,1 & 0,1 \\ 0,3 & 0,8 & 0,2 \\ 0,1 & 0,1 & 0,7 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 11,1 \\ 11,1 \\ 11,1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{Jahr.}} \begin{pmatrix} 0,3237 \\ 0,1487 \\ 0,283 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 11,1 \\ 11,1 \\ 11,1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{Jahr.}} \begin{pmatrix} 0,204 \\ 0,539 \\ 0,256 \end{pmatrix}$
 c) 7 Jahre d) $B \Rightarrow \emptyset$ verloschen $B \Rightarrow 0$ Anteile: $\begin{pmatrix} 0,6 & 0 & 0,1 \\ 0,3 & 0,9 & 0,2 \\ 0,1 & 0,1 & 0,7 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{Jahr.}} \begin{pmatrix} 0,17 \\ 0,55 \\ 0,28 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{Jahr.}} \begin{pmatrix} 0,088 \\ 0,655 \\ 0,256 \end{pmatrix}$

Nr. 3 $u = \begin{pmatrix} 0,3 & 0,2 & 0,2 \\ 0,4 & 0,6 & 0,4 \\ 0,3 & 0,2 & 0,4 \end{pmatrix}$ $u=1: \begin{pmatrix} 0,25 \\ 0,5 \\ 0,2 \end{pmatrix}$ $u=20: \begin{pmatrix} 0,225 \\ 0,5 \\ 0,225 \end{pmatrix}$ b) Wählerzahl ändert sich

Nr. 4 $u = \begin{pmatrix} 0,2 & 0,4 & 0 & 0 \\ 0,3 & 0,6 & 0,4 & 0 \\ 0,2 & 0 & 0,6 & 0 \\ 0,3 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \vec{v}_0 = \begin{pmatrix} 0,5 \\ 0,5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \vec{v}_1 = u \cdot \vec{v}_0 = \begin{pmatrix} 0,3 \\ 0,45 \\ 0,1 \\ 0,45 \end{pmatrix} \vec{v}_2 = u^2 \cdot \vec{v}_0 = \begin{pmatrix} 0,24 \\ 0,4 \\ 0,12 \\ 0,24 \end{pmatrix}$

Nr. 5 $u = \begin{pmatrix} 0,5 & 1 & 0,3 \\ 0,3 & 0 & 0,1 \\ 0,2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

b) $\vec{v}_{10} = \begin{pmatrix} 0,6580 \\ 0,2407 \\ 0,1215 \end{pmatrix}$ $\vec{v}_{10} = \begin{pmatrix} 0,6576 \\ 0,2407 \\ 0,1217 \end{pmatrix}$

Nr. 7 b) $\vec{v}_2 = \begin{pmatrix} 0,26 \\ 0,18 \\ 0,18 \\ 0,38 \end{pmatrix} \vec{v}_{10} = \begin{pmatrix} 0,3010 \\ 0,0229 \\ 0,0229 \\ 0,9232 \end{pmatrix}$