Fortsetzung Lösung: Geometrische Objekte und Situationen im Raum S. 221 f. VI.5 $\boxed{\text{Geo8}}$

Nr. 5: Die x_3-Koord. spielt keine Rolle → betrachte nur x_1x_2-Koord. (Projektion)

Schnitt Gerade – Ebene ergibt: $\left|\begin{array}{l} 2t = 10 - r \\ 10 - t = -1 + s \end{array}\right| \quad \left|\begin{array}{l} t = 5 - r/2 \\ t = 11 - s \end{array}\right|$ mit $\begin{array}{l} 3 \le r \le 7 \\ 0 \le s \le 5 \end{array}$

Dies ergibt für t: $\frac{7}{2} \ge t \ge 3$ und $11 \ge t \ge 6$ → keine Überschneidung → fliegt daneben

Nr. 6 a) Geradengleichung Dagger: $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$

b) Ebene der Dronkolle: $E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ -6 \\ -3 \end{pmatrix}$

c) $\vec{u} \cdot \vec{v} = \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -6 \\ -3 \end{pmatrix} = 0$ also $\vec{u} \perp \vec{v}$

d) $|\vec{v}| = \sqrt{2^2 + 6^2 + 3^2} = 7$. Bewegung entlang Einheitsvektor $\vec{v}_0 = \frac{1}{7}\vec{v}$ mit $|\vec{v}_0| = 1$ (1 LE entspr. 10 m)

$E_{34}: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{s}{7} \begin{pmatrix} 2 \\ -6 \\ -3 \end{pmatrix}$ mit $\begin{array}{l} 0 \le r \le 3 \\ 0 \le s \le 3{,}5 \end{array}$ [35 m].

Nr. 7 a) Punkt J oberhalb von D: $J(2|2|8)$. Geradengleichung der Kante K_1: $\vec{x} = t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 8 \end{pmatrix}$ für $0 \le t \le 1$. E_h liegt auf K_1 für $t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h \\ h \\ 4h \end{pmatrix}$ für $h = 2t$ also $0 \le h \le 2$.

b) F_H liegt auf Ebene E durch Punkte E, S_1, S_2 und auf der Kante K_2.

$E: \vec{x} = \begin{pmatrix} h \\ h \\ 4h \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 9-h \\ 1-h \\ 4-4h \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1-h \\ 9-h \\ 4-4h \end{pmatrix}$ $\quad K_2: \vec{x} = \begin{pmatrix} 10 \\ 10 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 8 \end{pmatrix}$ ← $B(10|10|0)$, $H(8|8|8)$

Suche Schnittpunkt $E \cap K_2$:
$$\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} r & s & t \end{array} \\ \left(\begin{array}{ccc|c} 9-h & 1-h & 2 & 10-h \\ 1-h & 9-h & 2 & 10-h \\ 4-4h & 4-4h & -8 & -4h \end{array}\right) \end{array} \to \dots$$

$$\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} r & s & t \end{array} \\ \left(\begin{array}{ccc|c} 9-h & 1-h & 2 & 10-h \\ & 4 & 2 & 5 \\ & -6+2h & & h-5 \end{array}\right) \end{array}$$ mit Parameter s: $s = \frac{h-5}{2h-6}$ → $t = \frac{3h-5}{2h-6}$ (r nicht ausrechnen)

Einsetzen von t in K_2 ergibt angeg. F_H. c) Für $h=1$ ($E(1|1|4)$) liegt die Deckfläche parallel zu x_1x_2-Ebene und ist ein Quadrat.

d) x_3-Koord. von F_H: $0 \le \frac{12h-20}{h-3} \le 8 \quad | \cdot (h-3)$

i) $h > 3$: ($0 \le 12h - 20$ und $12h - 20 \le 8h - 24$) oder ($h \ge 5/3$ und $h \le -1$)
also $h > 3$ und $h \le 5/3$ ergibt keine Lösung!

ii) $h < 3$: ($0 \ge 12h - 20$ und $12h - 20 \ge 8h - 24$) also ($h \le 5/3$ und $h \ge -1$)
also ($h < 3$ und $h \le 5/3$ und $h \ge -1$) also $h \ge -1$ und $h \le 5/3$

Interpretation: $h = -1$: $t = \frac{-3-5}{-2-6} = 1$ also $F_H = H$

$h = 5/3$: $t = \frac{3 \cdot 5/3 - 5}{2 \cdot 5/3 - 6} = 0$ also $F_H = B$.