Lösungen: Zueinander orthogonale Vektoren S. 190f. V.4 [bea4]

Nr. 1 a) nicht orthog. b) orthog.

Nr. 2 a) $b_1 = 6$ b) $a_2 = 5$ c) $b_3 = 1{,}5$

Nr. 3 a) z.B. $h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -7 \end{pmatrix}$ b) z.B. $h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 11 \\ -6 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ c) $\vec{x} = t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Nr. 4 a) $r \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ -4 \end{pmatrix}$ b) $r \cdot \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \\ 17 \end{pmatrix}$ c) $r \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ -3 \end{pmatrix}$

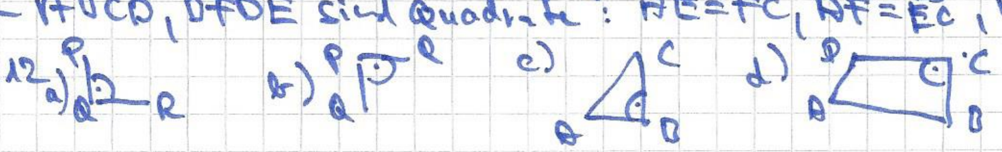
Nr. 5 $\vec{AC} = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix}$ $\vec{BD} = \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \end{pmatrix}$, orthog. Nr. 6 $|\vec{AB}| = |\vec{AD}| = 9$ $\vec{AB} \cdot \vec{AD} = 0$
also gibt es dieses Quadrat C (8|6|8)

Nr. 7 a) $\vec{AB} = \vec{DC} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\vec{BC} = \vec{AD} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $|\vec{AB}| = |\vec{BC}| = |\vec{CD}| = |\vec{DA}| = \sqrt{2}$
$\vec{AB} \cdot \vec{BC} = 0 \Rightarrow$ Quadrat. b) $|\vec{AB}| = |\vec{BC}| = |\vec{CD}| = |\vec{DA}| = \sqrt{49{,}25}$
$\vec{AB} \cdot \vec{BC} = -4{,}75 \neq 0 \Rightarrow$ Raute. c) $|\vec{AB}| = |\vec{BC}| = |\vec{CD}| = |\vec{DA}| = \sqrt{50}$
$\vec{AB} \cdot \vec{BC} = 0 \Rightarrow$ Quadrat d) $|\vec{AB}| = |\vec{BC}| = |\vec{CD}| = |\vec{DA}| = \sqrt{3}$ $\vec{AB} \cdot \vec{BC} = 1 \Rightarrow$
Raute

Nr. 10 a) $\vec{AC} \cdot \vec{BC} = 0$ b) $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 0$ c) $\vec{AB} \cdot \vec{AD} = \vec{AB} \cdot \vec{BC} = \vec{BC} \cdot \vec{CD} = 0$
d) $\vec{AC} \cdot \vec{BD} = 0$ und $|\vec{AB}| = |\vec{BC}| = |\vec{CD}| = |\vec{DA}|$

Nr. 11 A (3|−3|0) B (3|3|0) C (−3|3|0) D (−3|−3|0) E (0|0|$\sqrt{18}$) F (0|0|$-\sqrt{18}$)
– alle Flächen sind gleichs. Dreiecke: $|\vec{AB}| = |\vec{AE}| = |\vec{BE}| = 6$
– Raumdiag. stehen senkrecht aufeinander $\vec{EF} \cdot \vec{AC} = 0$ $\vec{AC} \cdot \vec{BD} = 0$
– ABCD, BFDE sind Quadrate: $\vec{AE} = \vec{FC}$, $\vec{AF} = \vec{EC}$, $\vec{AE} \cdot \vec{AF} = 0$

Nr. 12



Lösungen: Skalarprodukt / Winkel: S. 193f. V.5

Nr. 1 a) 71,6° b) 7,7° c) 57,1° d) 90° Nr. 2 a) $\alpha = 78{,}7°$ $\beta = 42{,}3°$ $\gamma = 59°$
$|\vec{BC}| = \sqrt{17}$ $|\vec{AC}| = 2 \cdot \sqrt{2}$ $\vec{AB} = \sqrt{13}$ b) $\alpha = 94{,}6°$ $\beta = 38{,}5°$ $\gamma = 46{,}9°$ $|\vec{BC}| = 2 \cdot \sqrt{34}$ $|\vec{AC}| = \sqrt{53}$
$|\vec{AB}| = \sqrt{73}$ c) $\alpha = 50{,}8°$ ~~β~~ $= 78{,}5°$ $\gamma = 50{,}8°$ $|\vec{BC}| = 2 \cdot \sqrt{5}$ $|\vec{AC}| = 4 \cdot \sqrt{2}$ $|\vec{AB}| = 2 \cdot \sqrt{5}$

Nr. 3 $\sphericalangle(\vec{a}, \vec{b}) = 45°$ $\sphericalangle(-\vec{a}, \vec{b}) = 135°$ $\sphericalangle(\vec{a}, -\vec{b}) = 135°$ $\sphericalangle(-\vec{a}, -\vec{b}) = 45°$

Nr. 4 a) $\vec{AE} = \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \\ 15 \end{pmatrix}$ $\vec{AC} = \begin{pmatrix} -10 \\ 10 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\alpha = 74{,}2°$ b) gemeint $\sphericalangle$ BAE: $\vec{AB} = \begin{pmatrix} 0 \\ 10 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\vec{AE} = \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \\ 15 \end{pmatrix}$ $\beta = 78{,}9°$ $\gamma = 101{,}1°$
c) Höhe 15 cm Länge der Kante $|\vec{AE}| = \sqrt{243} \approx 15{,}6$ cm

Nr. 5 a) Via Belgica $\vec{x} = \begin{pmatrix} 46{,}5 \\ 25 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -46{,}5 \\ -2{,}5 \end{pmatrix}$ Agrippa: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 46{,}5 \\ 25 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} -23{,}5 \\ -23{,}5 \end{pmatrix}$ 46,6 km und 33,2 km
$\alpha = 41{,}9°$

Nr. 6 a) Keine Schnittp. mit Koord. Achse! $g \cap h$: A (−1|−6|5) $h \cap k$: B (3|−16|2) $\gamma = 25{,}7°$
$g \cap k$: C (7|6|−3) Seitenl.: $\vec{AB} = \sqrt{120}$ $\vec{BC} = \sqrt{576}$ $\vec{AC} = \sqrt{272}$ $\alpha = 113{,}5°$ $\beta = 40{,}8°$

Nr. 7 a) $a = 0{,}5$ b) $b = 3$ c) $c = 1$. Nr. 9 $\sphericalangle(\vec{AB}, \vec{AC}) = 60° \Rightarrow \vec{AB} \cdot \vec{AC} = 4{,}5$

Nr. 10 a) ja falls $\vec{a} \not\perp \vec{b}$ b) ja, c) falsch: $\vec{u} \cdot \vec{v} = \pm |\vec{u}| \cdot |\vec{v}|$ d) $\vec{u} \cdot \vec{v} = -|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|$ gilt nur für entgegengesetzte Richtungsve.

Nr. 11 Tetraeder mit Mittelp. M (0|0|0), $\cos \tau = \frac{\vec{OB} \cdot \vec{OF}}{|\vec{OB}| |\vec{OF}|} = -\frac{1}{3}$ $\tau = 109{,}47°$ V = 5400 m³.
Nr. 12 A (45|0|0) B (45|45|0) C (0|45|0) D (0|0|0) S (22,5|22,5|8) $\alpha = 14{,}1°$